

幂律型浆液扩散半径研究

杨秀竹^{1, 2}, 雷金山¹, 夏力农¹, 王星华¹

(1. 中南大学 土木建筑学院, 长沙 410075; 2. 福建工程学院, 福州 350014)

摘要: 基于广义达西定律及球形扩散理论模型, 推导出幂律型浆液在砂土中进行渗透注浆时有效扩散半径计算公式。分析了注浆压力差随浆液流变参数 c 和 n 及浆液扩散半径的变化情况。注浆压力差随流变参数 c , n 分别呈线性和非线性变化, 浆液扩散半径增大所需的注浆压力差也相应的增加, 增长的幅度受浆液流变参数的影响显著。

关键词: 幂律型浆液; 扩散半径; 渗透注浆; 砂土地基

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

Study on grouting diffusion radius of exponential fluids

YANG Xiu-zhu^{1, 2}, LEI Jin-shan¹, XIA Li-nong¹, WANG Xing-hua¹

(1. School of Civil Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. Fujian University of Technology, Fuzhou 350014, China)

Abstract: Based on the generalized Darcy's Law and theory for spherical diffusion model, a formula for calculating the effective diffusion radius of exponential fluids injected into homogeneous sandy stratum in grouting is deduced. It shows that the grouting pressure difference is related to the grout rheology parameters c , n and the diffusion radius. The grouting pressure difference change with c by linearity rule and with n by nonlinearity rule. Grouting pressure difference increases with increasing radius, and the increasing grades are notably affected by the grout rheological parameters.

Key words: exponential grout; diffusion radius; penetration grouting; sand ground

1 引言

目前已有的渗入性灌浆理论, 无论是基于球形、柱形, 还是袖阀管法理论模型基础上的有效扩散半径计算公式, 都是针对牛顿流体的, 对于非牛顿流体包括幂律型在内的浆液均不适用。因此本文对幂律型浆液在岩土中的扩散情况进行了一些有益的探讨。

2 幂律型浆液有效扩散半径计算公式推导

2.1 幂律型浆液流变方程

幂律型浆液的流变方程为

$$\tau = c\gamma^n \quad (1)$$

式中 τ 为剪切应力; c 为稠度系数; γ 为剪切速率; n 为流变指数; $\gamma = -dv/dr$ 。

2.2 幂律型浆液渗流公式 (广义达西定律)

首先考察圆管中的层流流动。根据文献[1], 设圆管半径为 r_0 , 在管内取一以管轴为对称轴的流体柱, 其长度为 dl , 半径 $r < r_0$, 如图 1 所示。

在不考虑重力的情况下, 该流体柱元素上受力的平衡关系为

$$\pi r^2 dp = -2\pi r \tau dl \quad (2)$$

流体微元段 dl 两端压力分别为 $p+dp$ 和 p , 段上压差为 dp , 流体柱元素表面上所受剪切应力为 τ , 其方向向左与流速方向相反。由式(2)可得剪应力 τ :

$$\tau = -(r/2)(dp/dl) \quad (3)$$

即柱元素表面上的切应力 τ 与柱元素半径 r 和压力梯度 dp/dl 的乘积成正比, 但符号相反。将式(3)代入式(1)可得:

$$\gamma = -\frac{dv}{dr} = \left(\frac{\tau}{c}\right)^{1/n} = \left(-\frac{1}{2c} \frac{dp}{dl}\right)^{1/n} r^{1/n} \quad (4)$$

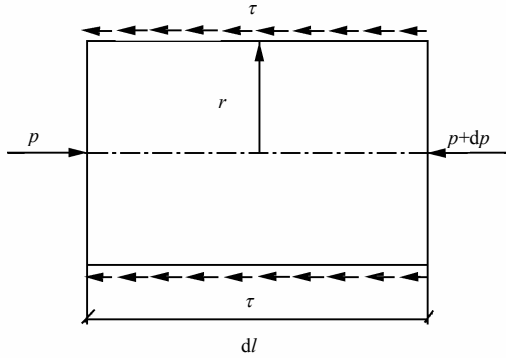


图1 幂律型浆液在圆管中流动示意图

Fig.1 Sketch of exponential grout flow in the circular tube

对式(4)利用分离变量法求解,并考虑边界条件 $r=r_0$ 时, $v=0$, 有

$$v = \left[\left(-\frac{1}{2c} \frac{dp}{dl} \right)^{1/n} \frac{n}{1+n} \right] \left(r_0^{\frac{1+n}{n}} - r^{\frac{1+n}{n}} \right) \quad (5)$$

于是,通过半径为 r_0 的单个毛细管的单位时间流量:

$$Q = \int_0^{r_0} 2\pi r v dr \quad (6)$$

将式(5)代入式(6)可以得到通过半径为 r_0 单个毛细管中层流流动的流量 Q 为

$$Q = \pi \left(-\frac{1}{2c} \frac{dp}{dl} \right)^{1/n} \left(\frac{n}{1+3n} \right) r_0^{\frac{1+3n}{n}} \quad (7)$$

管道截面上平均流速为

$$\bar{v} = \frac{Q}{\pi r_0^2} \left(-\frac{1}{2c} \frac{dp}{dl} \right)^{1/n} \left(\frac{n}{1+3n} \right) r_0^{\frac{1+n}{n}} \quad (8)$$

考虑到渗透速度 $V = \phi \bar{v}$, 并引进有效粘度 μ_e 和有效渗透率 K_e :

$$\mu_e = c \left(\frac{1+3n}{\phi r_0 n} \right)^{n-1}; \quad K_e = \frac{\phi r_0^2}{2} \left(\frac{n}{1+3n} \right) \quad (9)$$

其中 ϕ 为孔隙度。最终可得:

$$V = \left(\frac{K_e}{\mu_e} \right)^{1/n} \left(-\frac{dp}{dl} \right)^{1/n} \quad (10)$$

2.3 幂律型浆液扩散半径计算公式推导

根据文献[2, 3]提出如下计算假定: (1) 被灌砂土为均质的和各向同性的; (2) 浆液为幂律型; (3) 采用充填式灌浆, 浆液从灌浆管底端注入地层; (4) 浆液在地层中呈球状扩散, 浆液扩散的理论模型如图2所示。其中 p_0 为注浆压力; p_1 为注浆点地下水

的压力; l_0 为注浆管的半径; l_1 为经过时间 t 后浆液最终扩散距离。

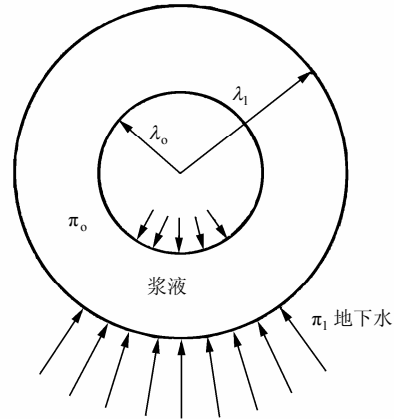


图2 浆液球型扩散理论模型

Fig.2 Spherically spreading model of grout

在注浆过程中, 注浆量 Q 满足:

$$Q = VAt \quad (11)$$

其中 A 为浆液渗透过程中经过的任一球面, $A=4\pi l^2$; t 为灌浆时间。式(11)变为

$$V = \frac{Q}{4\pi l^2} = \left(\frac{K_e}{\mu_e} \right)^{1/n} \left(-\frac{dp}{dl} \right)^{1/n} \quad (12)$$

对式(12)进行分离变量得:

$$p = -\left(\frac{Q}{4\pi t} \right)^n \left(\frac{\mu_e}{K_e} \right) \left(\frac{l^{1-2n}}{1-2n} \right) + B \quad (13)$$

考虑注浆时的边界条件: 当 $p=p_0$ 时 $l=l_0$; p_0 为注浆压力, l_0 为注浆管的半径; 当 $p=p_1$ 时 $l=l_1$, p_1 为注浆点处的水头压力, l_1 为注浆时间为 t 时浆液的扩散距离, 因此

$$p_0 = -\left(\frac{Q}{4\pi t} \right)^n \left(\frac{\mu_e}{K_e} \right) \left(\frac{l_0^{1-2n}}{1-2n} \right) + B \quad (14)$$

$$p_1 = -\left(\frac{Q}{4\pi t} \right)^n \left(\frac{\mu_e}{K_e} \right) \left(\frac{l_1^{1-2n}}{1-2n} \right) + B \quad (15)$$

考虑到 $Q = \frac{4}{3} \pi l_1^3 \phi$, 将式(15)与式(14)相减得:

$$\Delta p = \left(\frac{\phi}{3t} \right)^n \left(\frac{\mu_e}{K_e} \right) \left(\frac{1}{1-2n} \right) (l_1^{1-2n} - l_0^{1-2n}) l_1^{3n} \quad (16)$$

即为幂律型浆液在匀质砂土中进行渗透灌浆时有效扩散半径计算公式。

当浆液为牛顿体时, 即 $n=1$, 并考虑到 $\frac{1}{l_0} \gg \frac{1}{l_1}$, 式 (16) 最终可简化为

$$l_1 = \sqrt[3]{3Kt\Delta p l_0 / (\beta\phi)} \quad (17)$$

式中 $K/\beta = \phi r_0^2 / 8c = K_e / \mu_e$ 。式(17)即为 Maag 公式 (用于计算牛顿体浆液的扩散半径)。Maag 公式是式(16)的一个特例。

2.4 有效扩散半径公式的求解

式 (16) 中注浆管的半径 l_0 通常为 1.27~5.08 cm; 注浆时间 t 则根据工程实际及现场经验进行选择, 其取值范围通常为十几分钟到几十分钟不等。为了使渗透系数 K 能反映砂土渗透性的真实情况, 其值通常通过现场注水试验得到。孔隙度 ϕ 为孔隙体积占总体积的比值, 可以采用下列公式进行计算得到:

$$\phi = 1 - \gamma_1 / (\gamma_s(1+w)) \quad (18)$$

式中土的天然重度 γ_1 、土粒重度 γ_s 及含水量 w 均可以根据文献[4]测出。而参数 K_e 、 μ_e 的确定则相对复杂一些, 其计算步骤如下: 首先确定 r_0 及浆液的流变参数 c 和 n 的取值, 然后再根据式(9), 式 (10) 分别计算出 K_e 、 μ_e , 其中 c 和 n 可以采用毛细管粘度计或旋转粘度计进行测量并通过计算得到, r_0 的值则由公式 $K = \phi r_0^2 / 8\mu$ 求得, 其中 K 为水在砂土中的渗透系数; μ 为水的粘度。至此, 式 (16) 的系数均已知, 而未知数只有一个 l_1 (浆液的最终扩散半径), 解该方程可以得到 l_1 。

2.5 公式适用范围

式 (16) 是在流体为层流的基础上推导出来的, 对于紊流不适用。根据文献[6], 幂律流体的层流和紊流由稳定性参数 Z 来确定。 Z 值是从层流稳定性的理论出发, 认为从层流态过渡到紊流时, 紊流的漩涡并不是在整个管子断面上同时发生的, 而是首先发生于液流中紊动性最大的一层。当 Z 小于 808 时为层流, 大于 808 为紊流。 Z 值可以通过公式(20)计算得到, ρ 为流体密度, d 为圆管直径。

$$Z = \frac{n}{2^n} \left(\frac{1}{n+2} \right)^{\frac{n+2}{n+1}} \left(\frac{3n+1}{n} \right)^{2-n} \frac{d^n \bar{v}^{2-n} \rho}{c} \quad (19)$$

3 注浆压力差与浆液流变参数、扩散半径的关系

某砂土地基渗透系数 $K=0.1$ cm/s, 孔隙度 $\phi=0.4$, 注浆管的半径为 2.5 cm, 每个注浆点的注浆时间为 1 500 s。当在上述土层中注浆时, 本文对注浆

压力差与浆液流变参数、扩散半径的关系进行了较为详细地计算分析, 限于篇幅这里只给出了部分计算结果, 图 3 和图 4 分别为注浆压力差随浆液流变参数 c , n 的变化情况, 而图 5 和图 6 分别为 $n > 1$ 和 $n < 1$ 时注浆压力差与扩散半径的关系。

为了便于比较, 图 3、图 4 两种情况扩散半径均取 30 cm, 而图 3 中 $c=0.01$ Pa·sⁿ, 图 4 中 $n=1/3$ 。从图 3 中可以看出: 当 n 从 0.4 增加到 2.0 时, 注浆压力差由 2.377 kPa 增加到 201.159 kPa, 且在整个变化过程中 n 靠近 0.4 的地方注浆压力差增加缓慢。随着 n 值增大, 注浆压力差的增幅越来越大, 二者呈明显的非线性关系。从图 4 中可以看出, 注浆压力差与 c 值呈线性关系, 当 c 由 0.01 增加到 1.0 Pa·sⁿ 时, 注浆压力差由 2.142 kPa 增加到 214.2 kPa。

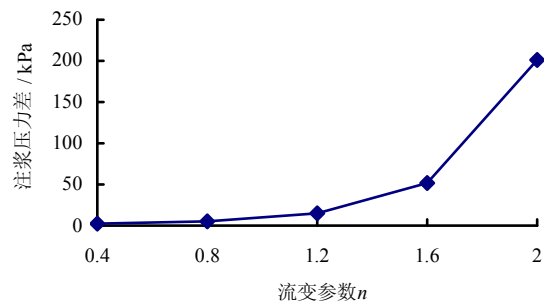


图 3 注浆压力差随流变参数 n 的变化情况
Fig.3 Change of grouting pressure difference with rheological parameter n

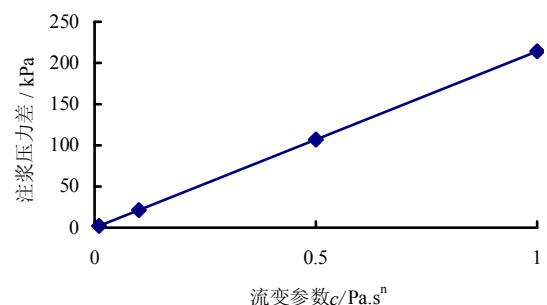


图 4 注浆压力差随流变参数 c 的变化情况
Fig.4 Change of grouting pressure difference with rheological parameter c

图 5 和图 6 为注浆压力差与扩散半径的关系, n 分别为 3/2 和 1/3, 而稠度系数 c 均为 0.01 Pa·sⁿ。从图中可以看出, 达到同样的扩散半径, $n=3/2$ 较 $n=1/3$ 的浆液所需的注浆压力差将有所增加, 特别是当扩散半径越大, 注浆压力差的增加越显著: 当扩散半径为 20 cm 时, 所需的压力差前者为 5.97 kPa 而后者为 1.11 kPa; 而当扩散半径为 45 cm 时, 所需的压力差前者为 232.562 kPa, 而后者仅为 4.038 kPa。

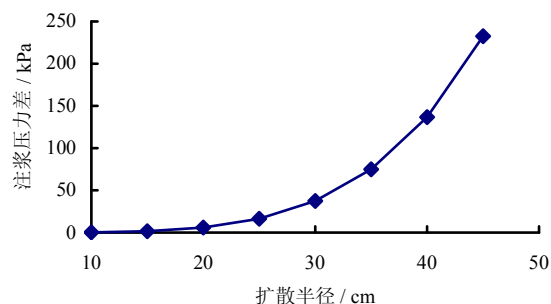


图 5 注浆压力差与扩散半径的关系($n=3/2$)

Fig.5 Relationship between grouting pressure difference and spreading radius($n=3/2$)

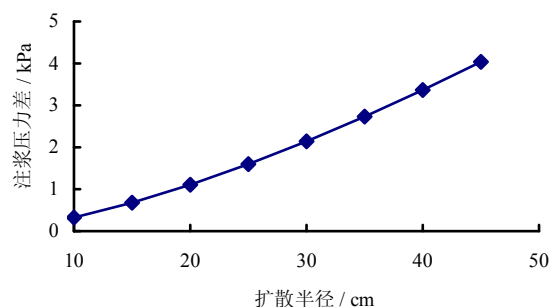


图 6 注浆压力差与扩散半径的关系($n=1/3$)

Fig.6 Relationship between grouting pressure difference and spreading radius($n=1/3$)

4 结 语

在幂律型浆液广义达西定律和球形扩散理论模型的基础上,推导出了有效扩散半径计算式(16),其计算方法简单,容易在工程实际中推广应用。当

$n=1$ 时,即浆液为牛顿体时式(16)同 Maag 公式是一致的,也就是说 Maag 公式是该式的一个特例。

应用本文公式可以计算出幂律型浆液达到预期的扩散半径所需的注浆压力差。注浆压力差随流变参数 c, n 分别呈线性和非线性增长。浆液扩散半径增大所需的注浆压力差也相应的增加,增长的幅度受浆液流变参数的影响。

目前注浆技术在土木、交通、水利、矿山等领域中的应用越来越广泛,新型注浆材料和注浆工艺也不断地涌现出来,原有的注浆理论已明显不能满足工程实践的要求,需要不断地发展和完善新的理论。因此,对其展开研究具有重要的理论和实际意义。

参 考 文 献

- [1] 孔祥言. 高等渗流力学[M]. 北京: 中国科学技术大学出版社, 1999. 408—413.
- [2] 地基处理委员会. 地基处理手册[M]. 北京: 中国建筑工程工业出版社, 1993. 311—313.
- [3] 岩土注浆理论与工程实例协作组. 岩土注浆理论与工程实例[M]. 北京: 科学出版社, 2001. 80—86.
- [4] GBT 50123—1999, 土工试验方法标准[S].
- [5] 王星华. 粘土固化浆液在地下工程中的应用[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1998. 27—29.
- [6] 曾祥熹. 泥浆流变学与粘度测量[M]. 湖南: 湖南地质学会, 1981. 161—170.

“地震工程科技行动计划”呼之欲出

2005 年 8 月 4~5 日, 来自国内外几十个单位包括 8 名两院院士和 5 名境外专家在内的百余名地震工程专家、地震工程相关研究机构负责人汇聚哈尔滨, 专门召开了“迎接 2008 年世界地震工程大会研讨会”。与会专家一致通过了旨在呼吁有关部门尽快制定和实施“地震工程科技(2008)行动计划”的《迎接 2008 年世界地震工程大会的哈尔滨宣言》。

研讨会是由中国地震局、建设部、中国科学院、中国工程院和中国地震工程联合会共同发起召开, 由位于哈尔滨的全国唯一以研究地震工程为主的中国地震局工程力学研究所承办的。会议旨在以承办盛会为契机, 推动我国地震工程科技进步, 提升我国抗震防灾能力, 促进我国地震工程学的创新和发展。会议期间, 与会专家就国际地震工程发展动态、中国地震工程发展战略、第 14 届世界地震工程大会专题设置与筹备等进行了研讨。与会专家们建议, 我国要吸取一些国家在经济高速发展时期忽视工程建设抗震能力而带来的惨痛教训, 通过发展地震工程的科学研究和成果的推广应用, 显著提高我国城乡建筑物和重大工程的抗震设防能力, 减轻地震灾害威胁。专家们建议尽快制订实施“地震工程科技(2008)行动计划”, 重点在城市和城市群地震安全防御技术研究、农居示范工程抗震技术研究、与社会发展相适应的抗震设防标准研究等领域取得突破。集中有限的人力、物力和财力, 形成若干地震工程前沿重大科研项目, 大力推进我国地震工程科技创新与应用, 推动我国地震工程学的跨越式发展。河海大学岩土所所长刘汉龙教授参加了本次研讨会。